Sup Maroc
SupMaroc
www.supmaroc.com

Juillet 2011

Concours d'accès en 2ème année

Epreuve de mathématiques

(Durée 1h30)

Les parties I, II et III sont indépendantes et doivent êtres traitées sur des feuilles séparées.

Partie I

Exercice 1 :

a) Enoncer le théorème de convergence monotone et le théorème de convergence dominée.

b) Calculer la valeur exacte des limites suivantes :

$$\lim_{n\to+\infty} \int_{[1;+\infty[} \frac{x^n}{1+x^n}\,dx \qquad \text{et} \qquad \lim_{n\to+\infty} \int_0^1 \frac{n\sin\frac{x}{n}}{1+x^2}\,dx$$

Exercice 2 :

Sup Maroc
SupMaroc
www.supmaroc.com

Les parties I, II et III sont indépendantes et doivent êtres traitées sur des feuilles séparées.

Partie I

Exercice 1 :

a) Enoncer le théorème de convergence monotone et le théorème de convergence dominée.

b) Calculer la valeur exacte des limites suivantes :

$\lim_{n\to+\infty} \int_{[1,+\infty[} \frac{x^n}{1+x^n}\,dx$ et $\lim_{n\to+\infty} \int_0^1 \frac{n\sin^2 x}{1+x^2}\,dx$

Exercice 2 :

a) Donner l'énoncé de l'inégalité de Holder.

b) On considère un espace mesuré $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ et un entier $p \geq 2$. Montrer que si deux fonctions f et g sont dans l'espace $L^p(\Omega)$ alors la fonction $f^{p-1}g$ est intégrable.

Partie II

Exercice 3 :

Ecrire les trois méthodes itératives :

Méthode de la bissection.

Méthode de Newton-Raphson.

Méthode de Van-Mises.

Pour résoudre l'équation non linéaire à une variable $x^3-x-1=0$, et vérifier expérimentalement leur convergence avec $r_0 = 1,5$.

Trouver à une précision 10^{-6} près la racine comprise entre 1 et 2 Connaissant la valeur de cette racine, calculer le taux de convergence de vos trois méthodes. Ce résultat coincide -t-il avec l'expérience ?